

# Mathématiques

Monsieur DE SAINT JULIEN Arnaud

---

## Présentation générale du sujet

Le concours comportait deux épreuves de mathématiques indépendantes, de deux heures chacune, appelées « partie I » et « partie II ». La première partie était traitée par les candidats des concours Physique et Chimie et la seconde uniquement par les candidats de Physique.

**La première épreuve** comportait trois exercices indépendants :

- le calcul de l'intégrale de Dirichlet,
- quelques propriétés d'endomorphismes nilpotents,
- la résolution d'une équation intégrale.

Ces trois exercices n'étaient pas difficiles et portaient sur des connaissances fondamentales :

- de l'analyse de première année : prolongement par continuité, calcul intégral, suites réelles, développement limité, dérivation de « primitives », équation différentielle linéaire d'ordre 2 à coefficients constants.
- de l'algèbre linéaire : calcul de noyau, théorème du rang, famille libre, diagonalisation et matrice symétrique.

Cette épreuve était de longueur raisonnable.

**La seconde épreuve** était constituée d'un problème d'analyse et d'un petit exercice.

Le problème proposait d'établir deux approximations du nombre  $\pi$  en utilisant les séries de Grégory.

Les connaissances mises en jeu étaient les suivantes : séries, majoration du reste d'une série alternée, développement en série de Fourier, développement en série entière, trigonométrie, précision d'une approximation.

Le texte était clair et précis, la difficulté progressive.

Dans l'exercice après avoir montré l'existence du produit scalaire canonique sur l'ensemble des matrices réelles de taille  $n$ , on demandait si l'ensemble des matrices orthogonales était un espace vectoriel, puis si c'était une partie bornée...

Là encore, la longueur de l'épreuve était raisonnable.

## Appréciation générale des copies

Commençons par des statistiques (les moyennes sont sur 20).

moyenne / écart type	Candidats Chimie	Candidats Physique
<b>Partie I</b>	4,96 / 3,57	6,16 / 3,93
<b>Partie II</b>		7,08 / 4,03

Les résultats sont assez décevants. On pouvait s'attendre à de meilleurs résultats par rapport aux sujets donnés.

Il y a un écart important entre les candidats de Physique et ceux de Chimie. Pour la plupart de ces derniers, le niveau est vraiment très insuffisant.

On peut aussi souligner que la palette de notes a été assez large. Il est toutefois regrettable que la proportion de candidats « faibles » soit beaucoup plus importante que celle de « bons » candidats.

Le sujet a pu tout de même jouer son rôle pour le concours, et a permis de bien départager les candidats.

#### *Constatations des correcteurs :*

- On déplore un nombre non négligeable de **copies « brouillons »** avec fautes d'orthographe et de grammaire.
- Il y a un **manque de rigueur** important. Lorsque ce manque de rigueur est cumulé avec le manque de soin, c'est parfois à la limite du « je m'en foutisme »...
- Le cours **n'est pas su** : énoncé des théorèmes de convergence pour les séries de Fourier, définition d'un produit scalaire, séries alternées...
- La **réflexion doit être plus importante**. Trop de candidats « tentent » des solutions pas assez réfléchies, en se disant « on verra bien »... Je rappelle qu'écrire des énormités fait très mauvais effet sur une copie. C'est un concours pour recruter des ingénieurs !

Enfin, rappelons qu'il est recommandé aux candidats et aux préparateurs du concours de bien lire le **programme officiel du concours**. Je rappelle par exemple que la règle d'Abel pour montrer la convergence d'intégrale ou de séries n'est pas au programme, tout comme la règle de Cauchy pour les séries numériques.

## **Remarques détaillées par question**

### **- Partie I -**

#### Exercice I

1. Question mal traitée ! Beaucoup affirment la continuité de  $f$  sous prétexte qu'elle y est définie.  
Pour l'existence de  $I$ , la valeur absolue n'est pas utilisée par la plupart des candidats.
2. a. Réponses correctes dans l'ensemble  
b. Réussie par environ la moitié des candidats.
3. Manque de rigueur important. On affirme sans démontrer, on oublie la valeur absolue pour majorer.... on dit que  $f(n)/n$  tend vers 0 sans se soucier de dire que  $f$  est bornée...
4. Calculs catastrophiques ! Très peu ont trouvé le bon développement limité qui n'était ni long, ni technique !  
Pour la dérivabilité, on n'a pas le réflexe d'écrire le taux d'accroissement...

#### Exercice II

6. Question globalement assez bien traitée.
7. Le théorème du rang est connu mais les candidats ne sont toujours pas très à l'aise avec les familles libres...

**8.** Ces deux petites questions n'ont pas été très bien réussies...

### Exercice III

- 9. a.** Environ la moitié des candidats ne connaissent pas les solutions de  $y'' + y = 0$  !  
**b.** Les candidats utilisent un théorème de dérivation pour les intégrales à paramètre alors que la borne dépend aussi du paramètre. Il fallait écrire la fonction comme une somme et reconnaître des fonctions primitives...

### **- Partie II -**

#### Problème

- 1. - 2.** Questions simples sur les suites et les séries, à peu près bien réussies.  
**3. - 4.** Il y a eu des représentations graphiques fausses et les théorèmes de convergence pour les séries de Fourier sont la plupart du temps inexacts, ce qui est inadmissible car c'est une question de cours !  
**5.** Question mal réussie qui permettait de voir si les candidats comprenaient la notion d'approximation.  
**6.** Le développement en série entière est assez souvent trouvé mais la justification du rayon souvent escamotée.  
**8. - 9.** Questions calculatoires assez bien traitées.  
**10. - 11.** Questions peu abordées.

#### Exercice

Il a été abordé par environ 2/3 des candidats.

- 12. - 13.** Trop peu de candidats connaissent avec précision la définition de produit scalaire !  
**14.** Beaucoup savent que le déterminant d'une matrice orthogonale vaut :  $\pm 1$ , mais peu savent le redémontrer.  
Beaucoup ont dit, à tort, que l'ensemble des matrices orthogonales était un espace vectoriel...  
Enfin signalons que, rarement, on a parlé de l'équivalence des normes en dimension finie...
-