

1. Présentation du sujet

Le concours comportait deux épreuves de mathématiques indépendantes, de deux heures chacune, appelées « partie I » et « partie II ». La première partie était traitée par les candidats des concours Mathématiques, Physique et Chimie et la seconde uniquement par les candidats de Mathématiques et Physique.

La première épreuve comportait trois exercices indépendants qui portaient sur des connaissances fondamentales :

- l'étude d'une série numérique (critère d'Alembert, série alternée, comparaison série intégrale),
- l'étude de la notion de sous-espace stable (algèbre linéaire, réduction de matrice),
- vrai-faux portant sur de l'analyse de première année (dérivabilité, développement limité, intégration).

La seconde épreuve était constituée d'un petit exercice où l'on étudiait la convergence d'une série de fonctions et d'un problème où l'on étudiait les polynômes de Tchebychev et leur utilisation en interpolation.

2. Appréciation générale des copies

L'ensemble est très hétérogène, tout comme la palette de notes, mais reste en moyenne décevant. Il y a trop de copies catastrophiques, qui dénotent soit d'une non préparation au concours (candidat « touriste »), soit tout simplement d'un niveau mathématique vraiment insuffisant. Voici quelques constatations des correcteurs :

- Le cours n'est pas suffisamment su ou assimilé.
- Il y a un manque de rigueur important. Lorsque il est cumulé avec le manque de soin, c'est parfois à la limite du « *je m'en foutisme* ».
- On déplore un nombre non négligeable de copies « brouillons » avec fautes d'orthographe et de grammaire.
- Le vrai-faux, entre autre, a montré que la réflexion était insuffisante. Trop de candidats « tentent » des solutions pas assez réfléchies, en se disant « on verra bien »... Je rappelle qu'écrire des énormités fait très mauvais effet sur une copie. C'est un concours pour recruter de futurs ingénieurs.

Pour conclure, le sujet a pu jouer son rôle pour le concours et a permis de bien départager les candidats.

3. Compétences mises en jeu

Partie I

Exercice 1

1. Utiliser les critères de d'Alembert et des séries alternées pour établir la convergence d'une série.
2. Utiliser la comparaison série intégrale pour établir un équivalent de somme partielle.

Exercice 2

1. Connaître et savoir manipuler les définitions de noyau, d'image et de combinaison linéaire.
2. Déterminer les sous-espaces propres d'une matrice.
3. Petits raisonnements géométriques, où l'on manipule des droites vectorielles donc « passant par 0 ».
4. Connaître les limites à l'infini d'un polynôme de degré impair et utiliser le théorème des valeurs intermédiaires.

Exercice 3

1. Dérivable implique continue mais la réciproque est fausse.
2. Calculer un développement limité pour calculer la limite d'un taux d'accroissement et ainsi prouver la dérivabilité d'une fonction en un point.
3. La continuité n'est pas une condition suffisante pour l'intégrabilité sur un intervalle autre qu'un segment.
4. Le produit de deux fonctions intégrables n'est pas forcément intégrable.
5. Dériver une fonction du type $x \mapsto \int_a^{g(x)} f(t) dt$.

Partie II

Exercice 1

1. Établir la convergence simple d'une série de fonctions (attention à ne pas confondre avec suite de fonctions)
2. Montrer qu'il n'y a pas convergence normale.
3. Prouver la convergence normale sur tout segment pour établir la continuité de la somme.

Problème

4. Déterminer des polynômes interpolateurs en résolvant des systèmes d'ordre 2 et 3.
5. Montrer qu'une application linéaire est injective puis conclure à l'isomorphisme avec l'égalité des dimensions des espaces de départ et d'arrivée.
6. Déterminer la relation de récurrence des polynômes de Tchebychev à l'aide de trigonométrie et en déduire le degré.
7. Déterminer les racines en résolvant une équation trigonométrique.
8. Même chose pour les extrema.
9. C'était certainement la question la plus délicate qui demandait une bonne compréhension des questions précédentes.
10. RAS.
11. Appliquer le théorème de Rolle.
12. et 13. Réinvestir les questions précédentes.