SESSION 2003

CONCOURS NATIONAL DEUG

Epreuve spécifique concours Physique

MECANIQUE

PARTIE II

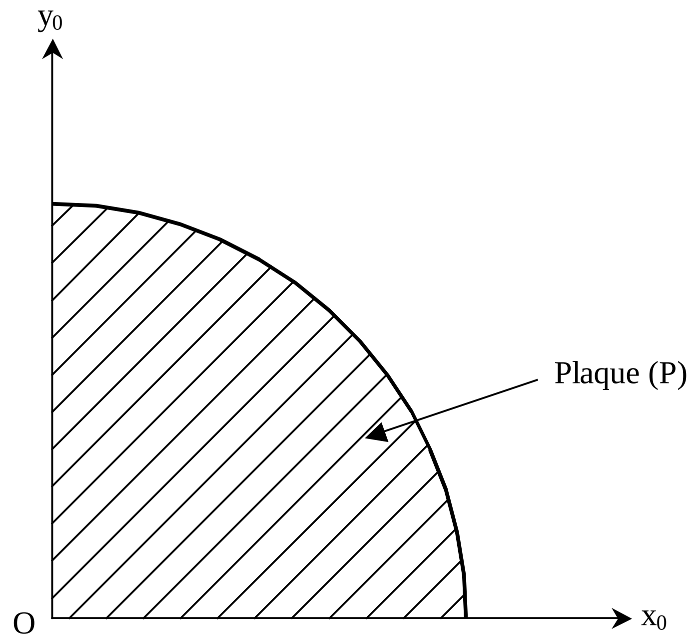
Durée : 2 heures

Les calculatrices sont **autorisées**.

NB : Le candidat attachera la plus grande importance à la clarté, à la précision et à la concision de la rédaction.
Si un candidat est amené à repérer ce qui peut lui sembler être une erreur d'énoncé, il le signalera sur sa copie et devra poursuivre sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il a été amené à prendre.

Avertissement : Tous les résultats numériques sont demandés dans un format scientifique avec une précision au millième (exemple : $1{,}623.10^{-3}$) et en unité S.I., unité qui est à préciser.

Exercice 1 : Opérateur d'inertie d'un quart de disque



Soit une plaque (P) en forme d'un quart de disque de rayon a et d'épaisseur e négligeable devant le rayon a.
On note μ la masse volumique du matériau constituant la plaque (P).

Le référentiel terrestre $\Re_0$ est considéré comme galiléen ; il est rapporté au repère $(O, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$.
Le référentiel $\Re_0$ est supposé fixe.

Tournez la page S.V.P.

1.1 Déterminer la masse M de la plaque (P) en fonction de μ, a et e.

1.2 Déterminer l'opérateur d'inertie $[J]_O$ de la plaque (P) au point O dans le repère $(O,\vec{x}_0,\vec{y}_0,\vec{z}_0)$ en fonction de M et a.

1.3 Déterminer les axes principaux d'inertie de la plaque (P).

1.4 En déduire les moments d'inertie principaux J_1, J_2 et J_3 de la plaque (P) au point O en fonction de M et a.

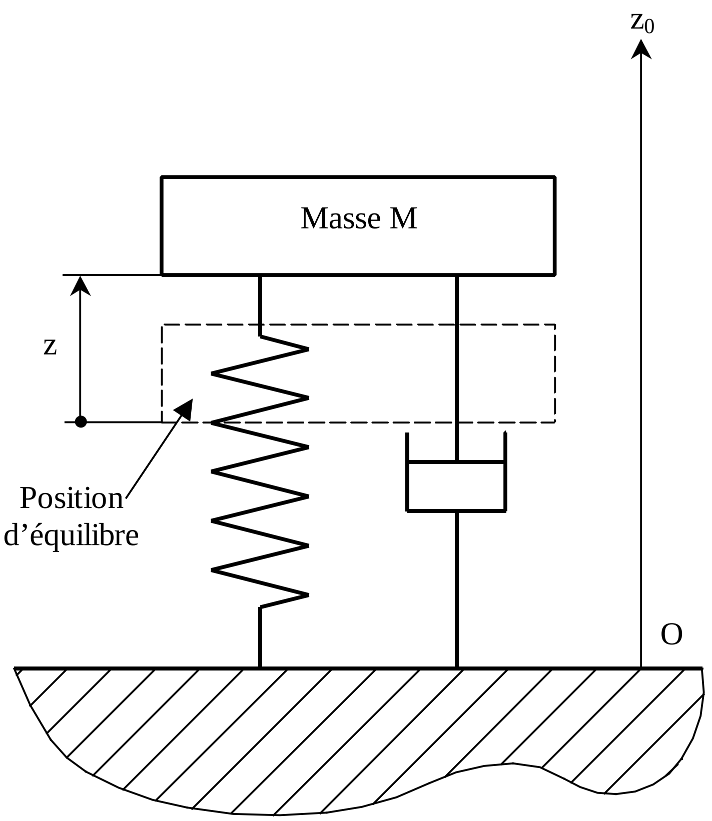
Exercice 2 : Etude d'une suspension de voiture

La suspension d'une voiture de masse à vide M est constituée :

- d'un ressort de masse négligeable, de raideur k et de longueur libre ℓ_0.
- d'un amortisseur de masse négligeable, qui exerce sur la voiture une force de frottement $\vec{F}=-b.\vec{V}$ où $\vec{V}$ désigne la vitesse ascensionnelle de la voiture et b un coefficient de frottement fluide.

On ne s'intéresse qu'au mouvement de translation vertical de la voiture. La position de la voiture est repérée au cours du temps par la cote z(t) sur l'axe vertical ascendant $O\vec{z}_0$.

On note $\vec{g}=-g\vec{z}_0$ l'accélération de la pesanteur.
A l'instant t = 0, la voiture est en équilibre, la cote z ainsi que la vitesse ascensionnelle sont nulles.



2.1 Appliquer le théorème de la résultante dynamique à la voiture.

2.2 En déduire l'équation du mouvement de la voiture à vide.

2.3 Déterminer le coefficient b en fonction de k et M pour que le régime d'amortissement des oscillations soit critique lorsque la voiture est vide.

On considère maintenant que la voiture contient 4 passagers d'une masse totale m.

2.4 Exprimer l'équation du mouvement du système S = {voiture + passagers}.

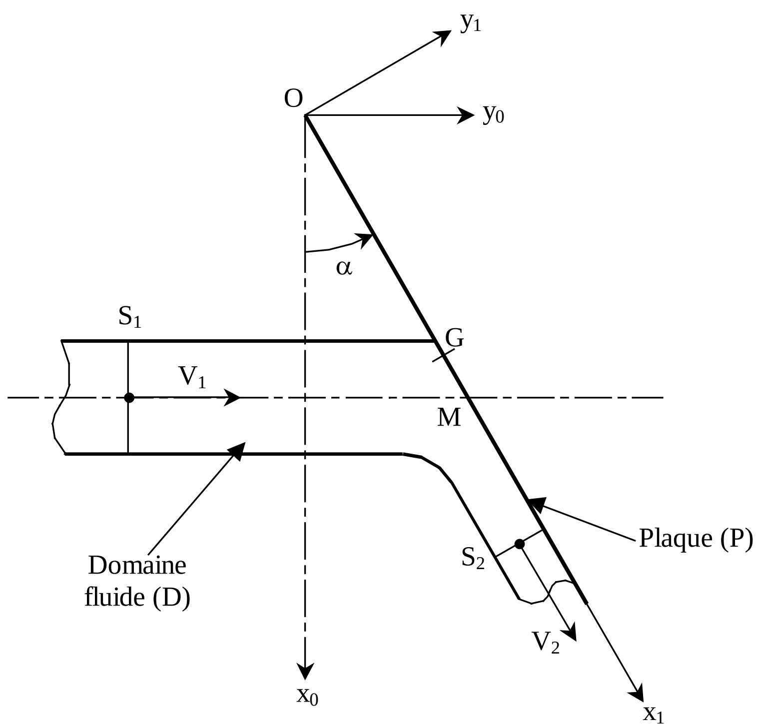
2.5 Quel est alors le régime de l'amortissement ?

2.6 Intégrer cette équation puis tracer l'allure de la courbe z en fonction du temps t.

2.7 Déterminer la pseudo-période T du mouvement du système (S) par rapport au sol.

2.8 Application numérique : Pour qu'une voiture soit confortable, il faut que les oscillations résultant d'un défaut de la route aient une période adaptée à l'organisme humain, comme par exemple la période de marche qui vaut environ 1s. Calculer la raideur k du ressort sachant que M = 1500 kg et m = 300 kg.

Exercice 3 : Jet frappant une plaque



On considère une plaque carrée (P) de côté a, de masse m. Cette plaque est mobile en rotation autour de l'axe $O\vec{z_0}$. Elle reçoit un faisceau liquide cylindrique de section S_1, d'axe horizontal, s'écoulant à la vitesse $\vec{V}_1$ et dirigé vers le centre de gravité G de la plaque lorsque celle-ci est verticale.

Le référentiel terrestre $\Re_0$ est considéré comme galiléen ; il est rapporté au repère $(O,\vec{x}_0,\vec{y}_0,\vec{z}_0)$. Le référentiel $\Re_0$ est supposé fixe.

On note $\Re_1$ le référentiel rapporté au repère orthonormé direct $(O,\vec{x}_1,\vec{y}_1,\vec{z}_1)$ tel que $\vec{z}_1=\vec{z}_0$. Le repère $(O,\vec{x}_1,\vec{y}_1,\vec{z}_1)$, lié rigidement à la plaque (P), se déduit à chaque instant de $(O,\vec{x}_0,\vec{y}_0,\vec{z}_0)$ par une rotation d'angle α autour de l'axe $O\vec{z}_0$.

On note P_1 la pression du fluide, $\vec{V}_1$ sa vitesse et x_1 sa position verticale moyenne dans la section S_1.

On note P_2 la pression du fluide, $\vec{V}_2$ sa vitesse et x_2 sa position verticale moyenne dans la section S_2.

On appelle P_a la pression atmosphérique et $\vec{g}=g\vec{x}_0$ l'accélération de la pesanteur.

<u>Hypothèses</u> :

- On suppose le liquide incompressible, non visqueux et s'écoulant sans frottement sur la plaque à la vitesse $\vec{V}_2$.
- On néglige les forces de volume devant les autres forces en présence.

On note $\vec{F}$ l'action du fluide sur la plaque (P)

3.1 Que peut-on dire des pressions P_1 et P_2 dans les sections S_1 et S_2 ?

3.2 Ecrire le théorème de Bernoulli entre les sections S_1 et S_2.

3.3 En déduire une relation simple entre V_1 et V_2, normes des vitesses $\vec{V}_1$ et $\vec{V}_2$.

3.4 Ecrire le théorème d'Euler appliqué au domaine fluide (D) compris entre les sections S_1 et S_2.

3.5 En déduire l'action de la plaque (P) sur le domaine fluide (D) en fonction du débit massique q, de V_1 et α.

3.6 Déterminer le moment $\vec{M}_P(O)$ de l'action de la pesanteur $\vec{P}$ sur la plaque (P) au point O.

3.7 Déterminer le moment $\vec{M}_F(O)$ de l'action $\vec{F}$ du fluide sur la plaque (P) au point O.

3.8 Etudier l'équilibre de la plaque. En déduire l'action $\vec{F}$ du fluide sur la plaque (P) en fonction de M, g et α.

3.9 Déterminer une relation permettant de mesurer la vitesse de sortie V_1 du fluide en fonction de l'angle d'inclinaison α de la plaque (P).

Fin de l'énoncé