

CONCOURS NATIONAL DEUG

Epreuve spécifique concours Physique

PHYSIQUE

PARTIE II

Durée : 2 heures

NB : le candidat attachera la plus grande importance à la clarté, à la précision et à la concision de la rédaction.

Si un candidat est amené à repérer ce qui peut lui sembler être une erreur d'énoncé, il le signalera sur sa copie et devra poursuivre sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il a été amené à prendre.

*Les calculatrices sont **autorisées**.*

De très nombreuses parties sont indépendantes. Il est conseillé aux candidats de prendre connaissance rapidement de la totalité du texte du sujet.

Les candidats doivent respecter les notations de l'énoncé et préciser, dans chaque cas, la numérotation de la question traitée.

— OPTIQUE : ASPECTS DE LA DIFFRACTION —

Les parties **A**, **B** et **C** sont totalement indépendantes.

Partie A : étude de quelques figures de diffraction

L'espace est rapporté, en coordonnées cartésiennes, à un repère orthonormé direct (Ox, Oy, Oz) de base $(\vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$.

Un écran plan et opaque (E) , percé d'une pupille (S) parfaitement transparente, est placé entre deux lentilles convergentes (L) et (L') , de centres optiques respectifs Ω et Ω' , et de même axe optique Oz perpendiculaire à (E) . Une source ponctuelle (Σ) , placée au foyer objet de (L) , émet une radiation monochromatique, de longueur d'onde λ .

L'observation de la lumière diffractée s'effectue sur un écran (E') placé dans le plan focal image de (L') , perpendiculairement à l'axe Oz . Les points O et O' sont les points d'intersection respectifs des écrans (E) et (E') avec l'axe. Les axes Ox et Oy définissent les coordonnées x et y d'un point M de (E) ; les axes $O'x'$ et $O'y'$ définissent les coordonnées x' et y' d'un point M' de (E') . Ox et $O'x'$ d'une part, Oy et $O'y'$ d'autre part, sont parallèles (figure 1).

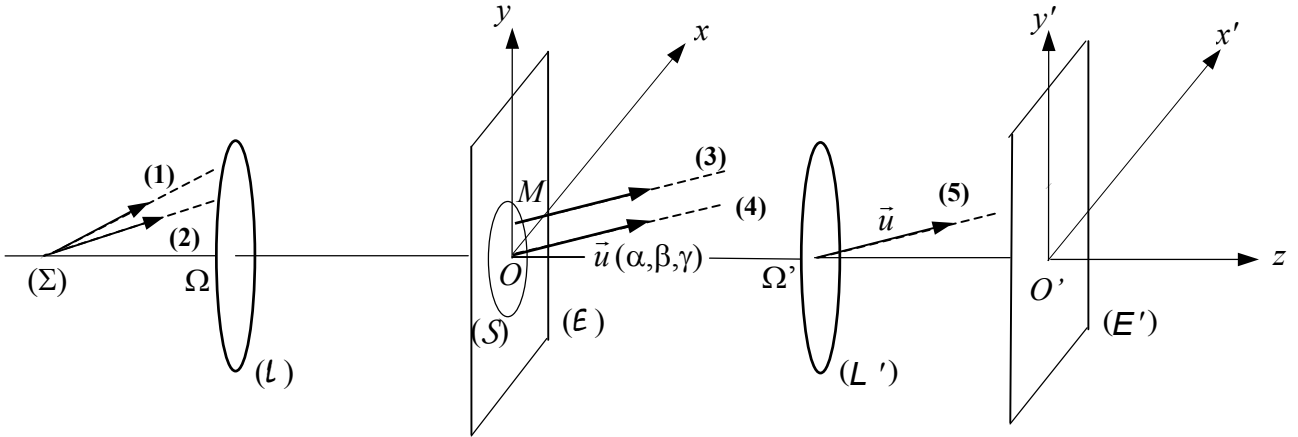


Figure 1

La phase du rayon (4), diffracté en O suivant la direction de vecteur unitaire $\vec{u}$, de composantes (α, β, γ) , est choisie pour origine des phases. Celle du rayon (3), diffracté en $M(x, y, 0)$ toujours suivant $\vec{u}$, est définie par :

$$\varphi(M) = 2\pi \frac{\delta(M)}{\lambda}, \text{ avec } \delta(M) = -\vec{u} \cdot \overrightarrow{OM}$$

L'amplitude complexe $d\psi$ de l'onde diffractée, suivant $\vec{u}$, par l'élément de surface $dS = dx dy$ de la pupille (S) , centré en M , s'écrit :

$$d\psi = k [\exp(-j\varphi(M))] dx dy$$

k est une constante de proportionnalité et j est le nombre complexe pour lequel $j^2 = -1$.

I. Généralités

- 1) Décrire, très brièvement, une circonstance de la vie courante dans laquelle se manifeste un phénomène de diffraction.
- 2) Recopier, approximativement, la figure 1 et représenter le trajet des rayons (1) et (2) entre (L) et (E), puis celui des rayons (3), (4) et (5) entre (L') et (E').
- 3) Quelle est la principale caractéristique de l'onde lumineuse incidente, qui parvient sur l'ouverture (S) ?
- 4) Comment se nomme la quantité $\delta(M)$?
- 5) Exprimer, en fonction des variables α , β , x , y et de la longueur d'onde λ , la phase $\varphi(M)$.
- 6) Le point O est centre de symétrie de la pupille (S) choisie. Soit dS_1 , centré au point $M_1(-x, -y, 0)$, l'élément de surface symétrique, par rapport à O , de l'élément dS , centré en $M(x, y, 0)$.
 - 6.1. Proposer un exemple de pupille admettant O comme centre de symétrie.
 - 6.2. Comparer l'amplitude complexe $d\psi_1$ de l'onde diffractée, dans la direction $\vec{u}_1(-\alpha, -\beta, \gamma)$, par l'élément dS_1 , à l'amplitude $d\psi$ de l'onde diffractée, dans la direction $\vec{u}(\alpha, \beta, \gamma)$, par la surface dS .
 - 6.3. Donner, sans calcul, la relation entre les intégrales $\psi_1(-\alpha, -\beta, \gamma)$ et $\psi(\alpha, \beta, \gamma)$.
 - 6.4. En déduire l'élément de symétrie caractéristique du phénomène de diffraction provoqué par l'ouverture (S).
- 7) Le rôle de la lentille (L'), de distance focale f' , est de ramener dans son plan focal image, donc à distance finie, les phénomènes relevant de la diffraction à l'infini. (L') est utilisée dans le cadre de l'approximation de Gauss.
 - 7.1. Rappeler brièvement les conditions de l'approximation de Gauss.
 - 7.2. γ est donc proche de la valeur 1. En déduire une relation entre α , x' et f' .
 - 7.3. Même question pour β , y' et f' .

II. Diffraction par une ouverture rectangulaire

La pupille (S) est une ouverture rectangulaire, de centre O , de largeur ℓ , parallèle à l'axe Ox et de longueur L parallèle à l'axe Oy .

- 1) Montrer que l'amplitude complexe $\psi(\alpha, \beta, \gamma)$ de l'onde diffractée dans la direction de vecteur $\vec{u}$, s'écrit sous la forme :

$$\psi(\alpha, \beta, \gamma) = \psi_0 \frac{\sin A(\alpha)}{A(\alpha)} \cdot \frac{\sin B(\beta)}{B(\beta)}$$

Exprimer, en fonction des données de l'énoncé, les grandeurs ψ_0 , $A(\alpha)$ et $B(\beta)$.

Tournez la page S.V.P.

- 2) L'éclairement $\dot{E}(x', y')$ au point $M'(x', y')$ de l'écran d'observation (E') est proportionnel au carré de l'amplitude de l'onde diffractée vers M' . L'éclairement sur l'écran s'écrit donc sous la forme :

$$\dot{E}(x', y') = \dot{E}_0 \left(\frac{\sin A'(x')}{A'(x')} \right)^2 \cdot \left(\frac{\sin B'(y')}{B'(y')} \right)^2$$

- 2.1. Exprimer, en fonction des données de l'énoncé, les grandeurs $A'(x')$ et $B'(y')$.
 - 2.2. A l'aide d'un schéma, décrire la figure de diffraction dans le plan $x'O'y'$, et préciser, notamment, la position relative des franges sombres.
 - 2.3. Le phénomène est-il conforme au résultat de la question § A.I.6.4 ?
 - 2.4. Déterminer, en fonction de λ , f' , ℓ et L , les dimensions de la tache centrale.
- 3) Que devient la figure de diffraction, si la hauteur L de l'ouverture (S) devient très grande devant la largeur ℓ ?

III. Diffraction par une ouverture circulaire

Sans démonstration, et à l'aide, simplement, des considérations de symétrie abordées au § A.I.6., décrire l'allure de la figure de diffraction donnée, sur l'écran (E'), par une ouverture circulaire de centre O .

Partie B : rôle constructif de la diffraction dans les réseaux

Un réseau plan par transmission, noté $(\mathcal{R})$, comporte N fentes fines, parallèles, de longueur infinie et séparées par la distance a (pas du réseau). Ce réseau parfait, d'épaisseur négligeable, est éclairé perpendiculairement aux fentes, par une onde plane monochromatique de longueur d'onde λ , sous l'incidence i .

L'onde lumineuse diffractée dans la direction caractérisée par l'angle θ , résulte de la superposition des N ondes cohérentes émises par les fentes.

Les angles i et θ sont comptés à partir de la normale au réseau, positivement dans le sens trigonométrique (figure 2).

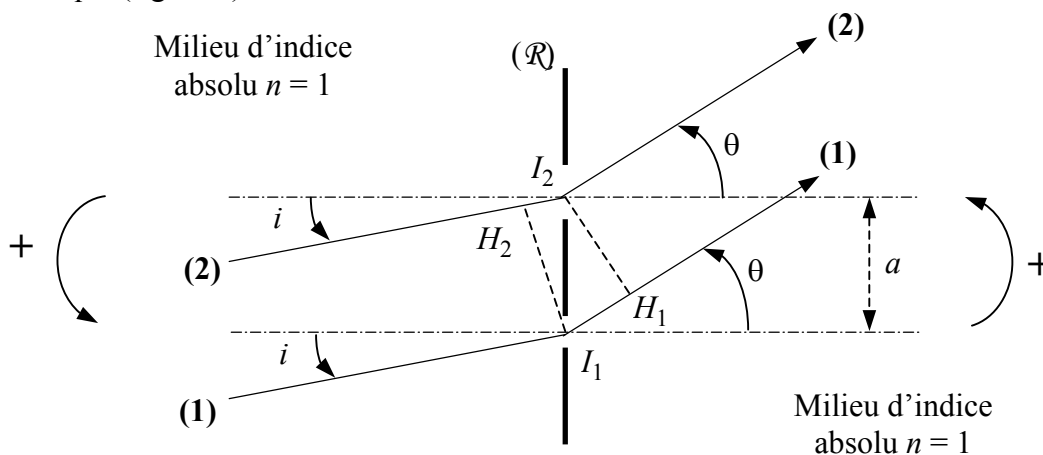


Figure 2

I. Diffraction à l'infini : formule du réseau

Soit δ la différence de marche entre deux rayons consécutifs. Sur la figure 2, par exemple, le rayon (2) présente un retard de marche H_2I_2 à l'incidence et une avance de marche I_1H_1 à l'émergence, par rapport au rayon (1) (les angles $\overline{I_1H_2I_2}$ et $\overline{I_2H_1I_1}$ valent $\pi/2$).

- 1) Exprimer, en fonction de H_2I_2 et I_1H_1 , la différence de marche δ (comptée positivement) entre les rayons (1) et (2). En déduire, en fonction de a , i et θ , une autre expression de δ .
- 2) Pour qu'il y ait interférences constructives dans la direction définie par l'angle θ , les ondes diffractées à l'infini par deux fentes consécutives doivent être nécessairement en phase : $\varphi = 2\pi \frac{\delta}{\lambda} = 2k\pi$, avec k entier relatif. Déterminer, en fonction de a , i , λ et k , les directions θ_k des maxima principaux de lumière diffractée, d'ordre k (formule du réseau).
- 3) Décrire, brièvement, le principe de la construction d'un réseau plan par transmission.

II. Spectromètre

La déviation D_k , d'un des rayons émergents, est l'angle que fait sa direction de propagation avec celle de la lumière parallèle incidente définie par i .

- 1) Proposer le schéma d'un dispositif qui, en pratique, permet d'observer et de repérer les directions de ces maxima principaux.
- 2) Exprimer, en fonction de θ_k et i , la déviation D_k .
- 3) L'angle d'incidence i peut être modifié. Pour une certaine valeur $i = i_{m,k}$, la déviation D_k d'un rayon émergent, choisi dans l'ordre k , présente un extrémum (minimum) $D_{m,k}$ non nul.

Montrer que l'égalité $\frac{dD_{m,k}}{di_{m,k}} = 0$ entraîne, au minimum de déviation, la relation $i_{m,k} = \pm \theta_{m,k}$.

- 4) Exprimer la déviation $D_{m,k}$ en fonction de $i_{m,k}$.
- 5) En déduire la relation entre $D_{m,k}$, k , λ et a (formule du réseau au minimum de déviation).
- 6) *Application numérique.* Des mesures ont donné les résultats suivants :

Lampe spectrale	Radiation	λ (nm)	Ordre k	$D_{m,k}$ (degrés)
Mercure	Vert « fluo »	546,1	2	35,32
Hélium	Jaune	?	2	38,11

Calculer :

- 6.1. le nombre N^* de traits par mm présenté par le réseau ;
- 6.2. la longueur d'onde λ de la raie jaune de l'hélium.

Partie C : effet limitant de la diffraction dans un instrument d'optique

Un microscope simplifié est constitué par deux lentilles minces convergentes de même axe optique. On suppose que chacune de ces lentilles est utilisée dans des conditions de stigmatisme et d'aplanétisme approchés.

L'objectif (L_1), de centre optique O_1 , présente une distance focale image f'_1 . L'oculaire (L_2), de centre optique O_2 , possède une distance focale f'_2 . Le foyer image F'_1 de (L_1) et le foyer objet F_2 de (L_2) sont distants de $\Delta = \overline{F'_1 F_2}$ (intervalle optique), grandeur maintenue constante et positive.

Un petit objet AB à étudier est placé en avant du foyer objet F_1 de l'objectif, orthogonalement à l'axe optique, le point A appartenant à cet axe. Un condenseur de lumière permet d'éclairer l'objet observé.

L'œil d'un observateur est placé derrière l'oculaire (figure 3). Le microscope permet donc d'observer, à la loupe (L_2), l'image agrandie A_1B_1 de l'objet AB donnée par l'objectif (L_1), soit :

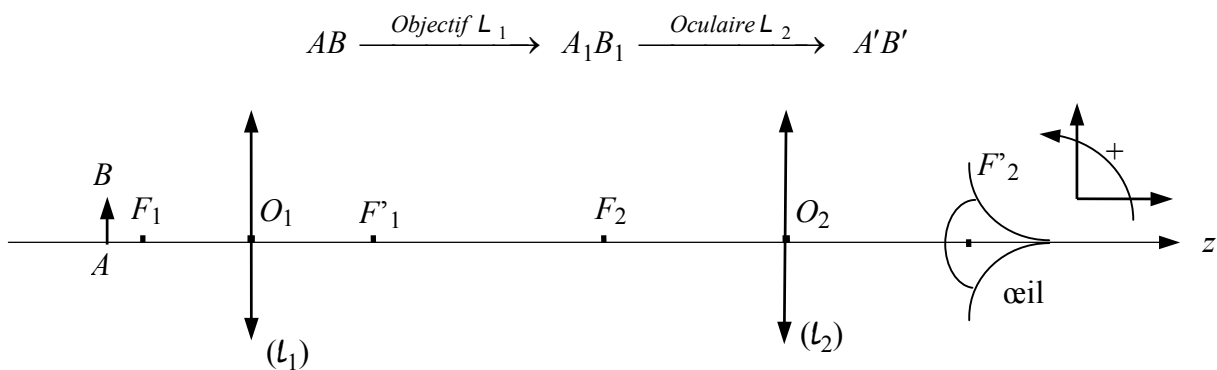


Figure 3

Le microscope est réglé pour qu'un œil, supposé normal, n'ait pas à accommoder lorsqu'il observe, à travers l'appareil, l'image finale $A'B'$ de l'objet AB .

Les conventions d'orientation, dans les mesures algébriques des angles (comptés à partir de l'axe optique) et des bipoints, sont précisées sur la figure 3.

I. Tracé de rayons

- 1) Donner la position de l'image intermédiaire A_1B_1 .

- 2) Faire un schéma et tracer la marche d'un pinceau lumineux étroit issu de B , point de l'objet n'appartenant pas à l'axe.
- 3) Exprimer, en fonction de f'_1 et Δ , le grandissement linéaire $\gamma_1 = \overline{A_1 B_1} / \overline{AB}$ de l'objectif.

II. Limite de résolution angulaire de l'œil

Soit α' , l'angle sous lequel l'œil voit, depuis F'_2 , l'image définitive $A'B'$.

- 1) Écrire, en fonction de f'_1 , f'_2 et Δ , l'expression de la puissance P du microscope, définie par le rapport $P = \alpha' / \overline{AB}$.
- 2) La puissance P dépend-elle de la position de l'œil, en arrière de l'oculaire ?
- 3) Du fait de la structure granulaire de la rétine, l'œil ne peut distinguer les deux images A' et B' , que si l'angle α' , sous lequel il les voit, est tel que $|\alpha'| \geq \varepsilon$ (limite de résolution angulaire de l'œil). Déterminer, en fonction de f'_1 , f'_2 , Δ et ε , la taille $|\overline{AB}|_{\min, \text{œil}}$ du plus petit objet dont les extrémités pourraient être observées distinctement à travers le microscope.
- 4) *Application numérique* $f'_1 = 0,50 \text{ cm}$; $f'_2 = 2,5 \text{ cm}$; $\Delta = 16 \text{ cm}$; $\varepsilon = 4,5 \cdot 10^{-4} \text{ rad}$.
Calculer la limite de résolution $|\overline{AB}|_{\min, \text{œil}}$ imposée par la structure de la rétine.

III. Limite de résolution de l'appareil

Le faisceau lumineux (longueur d'onde λ), qui pénètre dans le microscope, est limité par la monture de l'objectif. Le diaphragme d'ouverture, pupille circulaire de faible rayon R_1 , est responsable d'un phénomène de diffraction. Les images A_1 et B_1 des points objets A et B sont, en fait, des taches circulaires, dites « taches d'Airy », de rayon ρ , centrées respectivement en A_1 et B_1 et situées dans un plan perpendiculaire à l'axe optique $O_1 z$.

Le rayon ρ est donné par la relation $\rho = \frac{0,61\lambda}{n_1 R_1} \overline{O_1 A_1}$.

On admet, par convention (critère de Rayleigh), que les deux images A_1 et B_1 ne peuvent être distinguées que si les deux taches ne se chevauchent pas trop : à la limite, le centre de la figure d'Airy relative à l'un des points correspond à la bordure de la tache d'Airy de l'autre point.

La condition d'aplanétisme (relation des sinus d'Abbe) est rappelée : $n \overline{AB} \sin u = n_1 \overline{A_1 B_1} \sin u_1$. n est l'indice absolu du milieu dans lequel se trouve l'objet AB , $n_1 = 1$ est l'indice absolu du milieu où se forme $A_1 B_1$. L'angle u est le demi-angle du cône de lumière qui pénètre dans l'appareil (angle d'ouverture). L'angle u_1 est faible, ce qui permet d'écrire $\sin u_1 \approx \tan u_1 \approx u_1$ (rad) (figure 4).

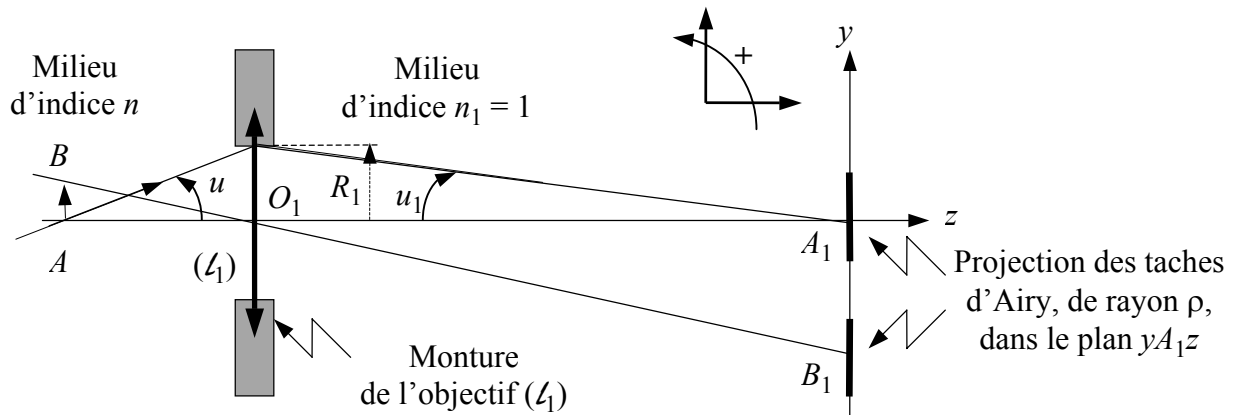


Figure 4

- 1) Soit $\left| \overline{A_1 B_1} \right|_{\min}$, la plus petite distance entre deux points-images distincts. Donner la relation entre $\left| \overline{A_1 B_1} \right|_{\min}$ et le rayon ρ de la tache d'Airy.
- 2) Montrer que la limite de résolution du microscope $\left| \overline{A B} \right|_{\min, \mu}$ correspondante, s'écrit sous la forme : $\left| \overline{A B} \right|_{\min, \mu} = q \frac{\lambda}{n \sin |u|}$, avec q constante positive. Donner la valeur de q .
- 3) Quel(s) moyen(s) peut-on employer pour diminuer la valeur $\left| \overline{A B} \right|_{\min, \mu}$ et ainsi disposer d'un appareil qui permet l'étude de détails plus fins ?
- 4) *Application numérique* $\lambda = 0,55 \mu\text{m}$; $n \sin |u| = 0,80$.
 - 4.1. Calculer la limite de résolution $\left| \overline{A B} \right|_{\min, \mu}$.
 - 4.2. Comparer $\left| \overline{A B} \right|_{\min, \mu}$ et $\left| \overline{A B} \right|_{\min, \text{oeil}}$ (§ C.II.4.). Conclure.

Fin de l'énoncé