

Comment déterminer les extrema d'une fonction de deux variables ?

Méthode 1

Soit \mathbb{K} un ouvert de \mathbb{R}^2 , $a \in \mathbb{K}$ et f une fonction de classe \mathcal{C}^2 de \mathbb{K} dans \mathbb{R} . Pour montrer que a est un **extremum local**, on vérifie d'abord que :

$$\frac{\partial f}{\partial x}(a) = \frac{\partial f}{\partial y}(a) = 0 \quad \left(a \text{ est appelé point critique de } f \right)$$

puis on pose :

$$r = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(a), \quad s = \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(a) \quad \text{et} \quad t = \frac{\partial^2 f}{\partial y^2}(a)$$

- Si $\left(s^2 - rt < 0 \text{ et } r > 0 \right)$ alors f admet un **minimum locale** en a .
- Si $\left(s^2 - rt < 0 \text{ et } r < 0 \right)$ alors f admet un **maximum locale** en a .