

Différentielle

Définition 1

Soient $\mathbb{U}$ un ouvert de $\mathbb{R}^n$ et $f : \mathbb{U} \longrightarrow \mathbb{R}$ une fonction réelle définie sur $\mathbb{U}$ et $a \in \mathbb{U}$, on dit que f est différentiable au point a si

1. Les dérivées partielles $\frac{\partial f}{\partial x_j}(a)$ de f en a existent toutes avec $j = 1, \dots, n$.
2. $\forall \epsilon > 0, \exists \mu > 0$ tel que $\forall x \in \mathbb{U}$,

$$0 \leq \|x - a\| < \mu \implies \left| f(x) - f(a) - \sum_{j=1}^n \frac{\partial f}{\partial x_j}(a) (x_j - a_j) \right| \leq \epsilon \|x - a\|$$