Mohamed EL BACHIR
`http://rifly01.free.fr`

Année 2006-2007
21 mai 2007

Polynômes

I Type 01

Exercice 1. Calculer le coefficient de x^3 dans le développement de :

$$\left(2x-\frac{1}{4x^2}\right)^{12}$$

Correction 1. On a :

$$\begin{aligned}\left(2x-\frac{1}{4x^2}\right)^{12} &= \sum_{k=0}^{12}\binom{12}{k}(2x)^k\left(-\frac{1}{4x^2}\right)^{12-k}\\ &= \sum_{k=0}^{12}\binom{12}{k}(-1)^k(2x)^{3k-24}\end{aligned}$$

Alors : $3k-24=3 \iff k=9$, donc le coefficient de x^3 vaut :

$$\frac{1}{x^3}\left[\binom{12}{9}(-1)^9(2x)^{3\times 9-24}\right] = -\frac{12\times 11\times 10\times 8}{3\times 2\times 1} = -1760$$

II Type 02

Exercice 2. Déterminer le plus grand coefficient dans le développement de :

$$(x+2)^9$$

Correction 2. On a :

$$(x+2)^9=\sum_{k=0}^{9}\binom{9}{k}2^{9-k}x^k$$

Alors : $\max\left[\binom{9}{k}2^{9-k}\right] \iff k=3$, donc le plus grand coefficient vaut :

$$\left[\binom{9}{3}2^6\right] = \frac{\cancelto{3}{9}\times\cancel{8}\times 7\times\cancel{6}\times\cancel{5}\times 4}{1\times\cancel{2}\times\cancel{3}\times\cancel{4}\times\cancel{5}\times\cancel{6}}\times 2^6 = 3\times 4\times 7\times 2^6 = 5376$$