
Equation de second degré et systèmes

I Une équation de second ordre

Une équation de second degré s'écrit :

$$aX^2 + bX + c = 0$$

Or, elle s'écrit également,

$$\begin{aligned} aX^2 + bX + c = 0 &\iff a(X - x_1)(X - x_2) = 0 \\ &\iff a[X^2 - (x_1 + x_2)X + x_1 \cdot x_2] = 0 \\ &\iff X^2 - (x_1 + x_2)X + x_1 \cdot x_2 = 0 \end{aligned}$$

Ainsi, on a donc un système,

$$\begin{cases} x_1 + x_2 &= -b \\ x_1 \cdot x_2 &= c \end{cases}$$

II Application à une équation d'ordre 3

Une équation d'ordre trois s'écrit :

$$aX^3 + bX^2 + cX + d = 0$$

Or, elle s'écrit également,

$$\begin{aligned} aX^3 + bX^2 + cX + d = 0 &\iff a(X - x_1)(X - x_2)(X - x_3) = 0 \\ &\iff X^3 - (x_1 + x_2 + x_3)X^2 + (x_1x_2 + x_2x_3 + x_1x_3)X - x_1x_2x_3 = 0 \end{aligned}$$

Ainsi, on a donc un système,

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 &= -b \\ x_1x_2 + x_2x_3 + x_1x_3 &= c \\ x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 &= -d \end{cases}$$