
Calculer la racine carrée d'un complexe

Exercice 1. Calculer la racine carrée de $-3 + 4i$.

Exercice 2. Calculer la racine carrée des complexes suivants :

$$-7 \quad , \quad 8i \quad , \quad -2i \quad , \quad 1 - i$$

Correction 1. On cherche $z = a + ib$ tel que :

$$z^2 = -3 + 4i$$

Or :

$$z^2 = (a + ib)^2 = a^2 - b^2 + 2iab = -3 + 4i$$

Et :

$$|z| = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{(-3)^2 + 4^2} = 5$$

On obtient donc :

$$\begin{cases} a^2 - b^2 = -3 \\ a^2 + b^2 = 5 \\ 2ab = 4 \end{cases} \iff \begin{cases} a^2 - b^2 = -3 \\ 2a^2 = 2 \end{cases} \iff \begin{cases} b = 2 \text{ ou } -2 \\ a = 1 \text{ ou } -1 \end{cases}$$

Donc la racine carrée de $-3 + 4i$ est soit $z_1 = 1 + 2i$ ou $z_2 = -z_1$.