

Phénomènes de transport

1 Généralité et Rappels

Remarque 1

L'équation des Gaz Parfaits s'écrit :

$$PV = nRT = xRT = \frac{N}{N_a}RT$$

Il faut noter que $N = xN_a$ le nombre de particules et que $x = n$ pour éviter la confusion dans la suite du document.

Remarque 2

L'équation fondamentale de la statique des fluides s'écrit :

$$\frac{dP}{dz} = -\rho g$$

Avec z est orienté vers le haut. ρ est la masse volumique $\rho = \frac{m}{V}$.

Remarque 3

Pour les Gaz monoatomique on a :

$$P = \frac{1}{3}mn \langle v^2 \rangle = \frac{1}{3}mnu^2$$

Où m est la masse de la particule et u sa vitesse quadratique.

Remarque 4

La pression est définie par

$$P = \frac{F}{S}$$

Remarque 5

L'énergie cinétique moyenne pour Gaz parfait monoatomique s'écrit :

$$\langle E_c \rangle = \frac{3}{2}xRT = \frac{3}{2}NkT$$

En général, on a :

$$\langle E_c \rangle = \frac{\ell}{2}xRT$$

Où ℓ est le degré de liberté.

Remarque 6

La vitesse moyenne quadratique s'écrit :

$$\langle E_c \rangle = \frac{1}{2}mNu^2 = \frac{3}{2}xRT = \frac{3}{2}NkT \implies u = \sqrt{\frac{3kT}{mN}} = \sqrt{\frac{3NRT}{mN}}$$

Remarque 7

La vitesse moyenne s'écrit :

$$\langle v \rangle = \sqrt{\frac{8RT}{\pi M}} = \sqrt{\frac{8kT}{\pi M}}$$

2 Diffusion de particules**Remarque 8**

Les équations de diffusion obéissent à la même équation différentielle qui est de la forme :

$$\frac{\partial G}{\partial t} = D \times \frac{\partial^2 G}{\partial x^2}$$

Où G est une grandeur physique et D un coefficient de diffusion.

Remarque 9

Le **flux de particules** s'écrit :

$$\Phi_{part} = \frac{dN}{dt} = \iint_S \vec{j}_{part} d\vec{S}$$

Où dN est le nombre de particules traversant la surface S pendant dt et $\vec{j}_{part}$ la densité de courant de particules s'exprimant en $m^{-2}s^{-1}$.

Remarque 10

La loi expérimentale de Fick s'écrit :

$$\vec{j}_{part} = -D \times \overrightarrow{\text{grad}n}$$

D est un coefficient de diffusion positif et n la densité de particules.

Cette loi, à une dimension, s'écrit :

$$\vec{j}_{part}(x, t) = -D \times \frac{\partial n}{\partial x}(x, t)$$

La densité du courant est suivant x .

Remarque 11

La **conservation du nombre de particules** peut s'exprimer :

$$\left(\frac{\partial n}{\partial t} \right)_x = - \left(\frac{\partial j_{part}}{\partial x} \right)_t$$

Remarque 12

L'équation de diffusion sans apport à une dimension s'écrit :

$$\frac{\partial n}{\partial t} = D \times \frac{\partial^2 n}{\partial x^2}$$

Et lorsqu'il y a apport, elle devient

$$\frac{\partial n}{\partial t} = D \times \frac{\partial^2 n}{\partial x^2} + \sigma_a$$

Si $\sigma_a > 0$ alors il s'agit d'une création de particules alors si $\sigma_a < 0$ il s'agira plutôt d'une absorption de

particules.

Dans le cas général, c'est-à-dire, lorsque la diffusion se fait à trois dimensions, on a plutôt :

$$\frac{\partial n}{\partial t} = D \times \Delta n + \sigma_a$$

Où Δ est le Laplacien qui est $\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$ pour les coordonnées cartésiennes.

3 Transferts thermiques

Remarque 13

La chaleur massique est définie par

$$\delta Q = mCdt$$

Remarque 14

Le flux thermique est défini par :

$$\Phi_{th} = \frac{\delta Q}{dt} = \iint_S \vec{j}_{th} dS$$

Remarque 15

La loi de Fourier s'écrit :

$$\vec{j}_{th} = -K \times \overrightarrow{\text{grad}T}$$

Remarque 16

La loi de conservation de chaleur s'écrit :

$$\rho c \times \left(\frac{\partial T}{\partial t} \right)_x = - \left(\frac{\partial \vec{j}_{th}}{\partial x} \right)_t + \mathcal{P}_v$$

Remarque 17

L'équation de diffusion de chaleur s'écrit :

$$\rho c \times \frac{\partial T}{\partial t} = K \times \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \mathcal{P}_v$$